第 22 講　地学のための基礎知識
PART1 地学のための数学

目標　常用対数とは何かを理解し，正しく計算できる。

Chapter1　常用対数

地震のマグニチュードや天体の等級など，地学には対数がしばしば用いられます。ここでは，常用対数について学びましょう。

常用対数の考え方

・10 進法で表した桁数

（例）

$100 = 10^2$　……1 の後ろに 0 が 2 つ　→ 3 桁

$10000 = 10^4$　……1 の後ろに 0 が 4 つ　→ 5 桁

→ 10 の何乗かがわかれば，数のおよその大きさがわかる。

・常用対数

$a = 10^b$ が成り立つとき $\log_{10} a = b$ と表す。

また，$\log_{10} a$ を a の**常用対数**という。

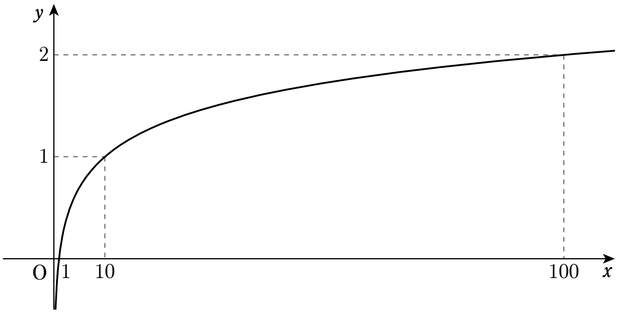
（例）

$100 = 10^2$ ……$\log_{10} 100 = 2$　→ 100 は 10 の 2 乗

$10000 = 10^4$ ……$\log_{10} 10000 = 4$ → 10000 は 10 の 4 乗

→ $\log_{10} a$ は，a が 10 の何乗かを表している。

・$y = \log_{10} x$ のグラフ



→ $\log_{10} x$ の値は，x が 10 倍になるごとに 1 だけ増える。

知っておこう

常用対数については数学Ⅱで学習します。

対数の計算

・対数の和と差

$$\log_{10} A + \log_{10} B = \log_{10} AB$$
$$\log_{10} A - \log_{10} B = \log_{10} \frac{A}{B}$$

（例）

$$\log_{10} 10000 + \log_{10} 100 = \log_{10} 10^4 + \log_{10} 10^2$$
$$= 4 + 2 = 6$$
$$\log_{10} (10000 \times 100) = \log_{10} (10^4 \times 10^2)$$
$$= \log_{10} 10^{4+2} = \log_{10} 10^6$$
$$= 6$$

よって，確かに

$$\log_{10} 10000 + \log_{10} 100 = \log_{10} (10000 \times 100)$$

・対数の実数倍

$$n \log_{10} A = \log_{10} A^n$$

（例）

$$3 \log_{10} 100 = \log_{10} 100 + \log_{10} 100 + \log_{10} 100$$
$$= \log_{10} (100 \times 100 \times 100)$$
$$= \log_{10} 100^3$$

・底の変換

$$\log_c A = \frac{\log_{10} A}{\log_{10} c}$$

（例）

$$\log_{100} 1000000 = 3$$
$$\frac{\log_{10} 1000000}{\log_{10} 100} = \frac{6}{2}$$
$$= 3$$

よって，確かに

$$\log_{100} 1000000 = \frac{\log_{10} 1000000}{\log_{10} 100}$$

まとめ

・$a = 10^b$ が成り立つとき $b =$ __________ と表し，これを a の__________という。

・$\log_{10} x$ の値は，x が____倍になるごとに 1 だけ増える。

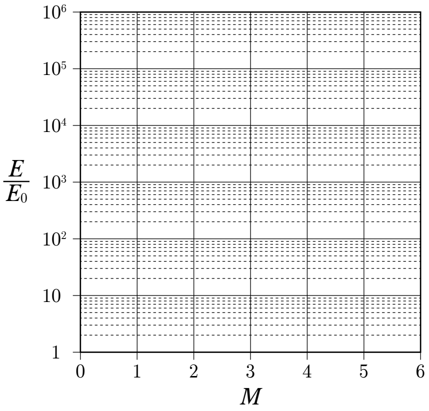
・$\log_{10} A + \log_{10} B =$ __________ が成り立つ。

・$\log_{10} A^n =$ __________ が成り立つ。

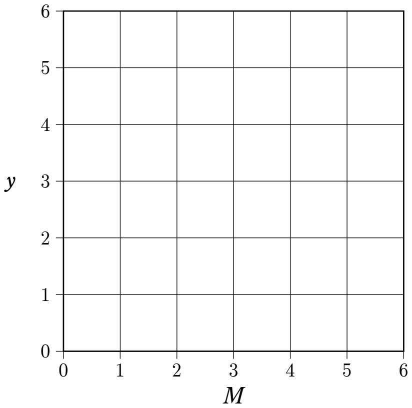
Chapter2　演習問題

　ここでは，地震のマグニチュードを例として，常用対数の計算について確認しましょう。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3$ とします。

問題(1)　地震のマグニチュード M とエネルギー E との間には，M が 2 大きくなるごとに E は 1000 倍になるという関係があります。この関係を，次の図中に描きましょう。ただし，ここではマグニチュード 0 の地震のエネルギーを E_0 とします。



問題(2)　問題(1)のグラフは，$y = \log_{10} \frac{E}{E_0}$ と置き換えたときどのように表されるでしょうか。横軸を M，縦軸を y とした次の図中に描きましょう。



問題⑶ **問題⑵**の結果を参考にして，$\log_{10}\dfrac{E}{E_0}$ を M の式で表しましょう。

問題⑷ **問題⑶**の結果をもとに，E を E_0 と M の式で表しましょう。

問題⑸ マグニチュードの差とエネルギーの比との関係に関する次の文章中の空欄［ **ア** ］・［ **イ** ］に入る式と，空欄［ **ウ** ］～［ **キ** ］に入る数値を答えましょう。ただし，［ **エ** ］・［ **オ** ］は整数で答えましょう。

平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震（以下，地震 A）の最大震度は 7 であった。その前に最大震度 7 が記録されたのは，平成 16 年（2004 年）新潟県中越地震（以下，地震 B）である。これらの地震のエネルギーの違いについて考えよう。

地震 A，地震 B のマグニチュードを M_A，M_B とする。また，地震 A，地震 B のエネルギーを E_A，E_B とする。このとき，**問題⑶**の結果より

$$\log_{10}\frac{E_A}{E_0} - \log_{10}\frac{E_B}{E_0} = [\ \textbf{ア}\ ]$$

すなわち

$$\log_{10}\frac{E_A}{E_B} = [\ \textbf{イ}\ ]$$

である。

$M_A = 9.0$，$M_B = 6.8$ とすると，

$$\log_{10}\frac{E_A}{E_B} = [\ \textbf{ウ}\ ] = [\ \textbf{エ}\ ] + \log_{10}[\ \textbf{オ}\ ] = \log_{10}[\ \textbf{カ}\ ]$$

であり，

$$\frac{E_A}{E_B} = [\ \textbf{キ}\ ]$$

と求められる。

第22講 PART1　確認問題

問1　次の問いに答えよ。

(1)　$\log_{10}100000$ の値として最も適当なものを，次の①〜④のうちから一つ選べ。

①　-6　　②　-5　　③　5　　④　6

(2)　$\log_{10}20 + \log_{10}50$ の値として最も適当なものを，次の①〜④のうちから一つ選べ。

①　3　　②　10　　③　300　　④　1000

(3)　$\log_{2}10$ を常用対数を用いて表したものとして最も適当なものを，次の①〜④のうちから一つ選べ。

①　$\log_{10}\frac{1}{2}$　　②　$\log_{10}2$　　③　$\log_{10}20$　　④　$\frac{1}{\log_{10}2}$

問2　次の文章を読み，下の問いに答えよ。

恒星の絶対等級を M，見かけの等級を m，地球から恒星までの距離を d〔パーセク〕とすると，次の式が成り立つ。

$$M = m + 5 - 5\log_{10}d$$

(1)　ある恒星は見かけの等級が 1.5 等級で，地球からの距離は 30 パーセクである。この恒星の絶対等級として最も適当なものを，次の①〜④のうちから一つ選べ。ただし，$\log_{10}3 = 0.48$ とする。

①　-17.5　　②　-0.9　　③　4.1　　④　13.9

(2) ある恒星の絶対等級は−3.0 等級で，見かけの等級は 2.0 等級である。地球からこの恒星までの距離として最も適当なものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

① 5 パーセク　② 50 パーセク
③ 100 パーセク　④ 1000 パーセク

第 22 講　地学のための基礎知識

PART1　地学のための数学

問題(1)　【※図参照】

問題(2)　【※図参照】

問題(3)　$\log_{10}\dfrac{E}{E_0}=\dfrac{3}{2}M$

問題(4)　$E=E_0 10^{\frac{3}{2}M}$

問題(5)　ア：$\dfrac{3}{2}(M_A-M_B)$　イ：$\dfrac{3}{2}(M_A-M_B)$　ウ：3.3　エ：3　オ：2

カ：2×10^3　キ：2×10^3

PART2　地学のための物理

問題(1)　ア：$2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$　イ：$\dfrac{g}{4\pi^2}$

問題(2)　【※図参照】

問題(3)　$9.78\mathrm{m/s^2}$

PART3　地学のための化学

問題(1)　半分，4 分の 1，3，3 つ

問題(2)　$0.11\mathrm{nm^3}$

問題(3)　8 分の 1，2，4，2 つ

問題(4)　$0.048\mathrm{nm^3}$

問題(5)　1.6

PART4　地学のための地理

問題(1)　2500，10m

問題(2)　【※図参照】

問題(3)　【※図参照】

問題(4)　【※図参照】

第 22 講　PART1　確認問題　解答

問 1

(1)　③

解説：

$$\log_{10}100000 = \log_{10}10^5 = 5$$

(2)　①

解説：

$$\begin{aligned}\log_{10}20 + \log_{10}50 &= \log_{10}(20 \times 50)\\ &= \log_{10}1000\\ &= \log_{10}10^3 = 3\end{aligned}$$

(3)　④

解説：

底の変換より，

$$\log_2 10 = \frac{\log_{10} 10}{\log_{10} 2} = \frac{1}{\log_{10} 2}$$

問 2

(1)　②

解説：

$M = m + 5 - 5\log_{10} d$ に $m = 1.5$，$d = 30$ を代入すると，

$$\begin{aligned}M &= 1.5 + 5 - 5\log_{10} 30\\ &= 1.5 + 5 - 5 \times (\log_{10} 3 + \log_{10} 10)\\ &= 6.5 - 5 \times (0.48 + 1) = -0.9\end{aligned}$$

(2)　③

解説：

$M = m + 5 - 5\log_{10}d$ に $M = -3.0$, $m = 2.0$ を代入すると,

$$-3.0 = 2.0 + 5 - 5\log_{10}d$$

$$5\log_{10}d = 10$$

$$\log_{10}d = 2$$

$$d = 10^2 = 100$$